

La aleatoriedad en profesores de biología y de matemática en formación: análisis y contraste de significados

Amable Moreno¹, José María Cardeñoso Domingo², Francisco González García³

¹ Facultad de Ciencias Económicas de la Univ. Nacional de Cuyo. Argentina. ² Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica. Universidad de Cádiz. josemaria.cardenoso@uca.es. ³ Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Granada

[Recibido en octubre de 2013, aceptado en febrero de 2014]

En el presente trabajo se analizan los significados que otorgan a la aleatoriedad 583 estudiantes para profesor de matemática y 325 para profesor de biología, en el nivel de Educación Secundaria, de la provincia de Mendoza, Argentina. Para el logro del objetivo se aplicó un cuestionario, donde doce de sus ítems son relativos a sucesos de los contextos de *juego*, *cotidiano* y *físico-natural*. En cada uno de ellos el estudiante debe reconocer si el suceso es aleatorio o no, y luego argumentar su decisión. El análisis de las respuestas, realizado en base al sistema de categorías propuesto, permite afirmar que los estudiantes para profesor de biología logran reconocer más sucesos aleatorios que los estudiantes de para profesor de matemáticas. En general, la totalidad de sujetos argumentan desde la *incertidumbre* y la *causalidad*; y se destaca el reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto de *juego* respecto a situaciones propias del contexto *físico-natural*.

Palabras clave: reconocimiento de la aleatoriedad; profesores de matemática y de biología en formación; categorías argumentativas; contexto del suceso.

Randomness in Biology and Mathematics Teachers in Training: Analysis and Contrast of Meanings

In this work, the meanings attached to randomness from 583 students from maths teacher career and 325 students from biology teacher career were analyzed, at the province of Mendoza, Argentina. In order to achieve the aim, a questionnaire where twelve of its items related to events in the game, physical natural and everyday contexts, was applied. In each of them the student must recognize whether the event is random or not, and then argue the decision. The analysis of the responses based on the category system proposed, allows to affirm that the biology student teachers recognize more random events than mathematics student teachers. In general, all subjects argue from uncertainty and causality, and recognition of randomness in the game context stands out from own situations from the natural physical context.

Keywords: recognition of randomness; maths and biology teachers in training; argumentative categories; context of the event.

Presentación y Antecedentes

Los ciudadanos de una sociedad como la nuestra, cargada de información, deben poseer capacidades y habilidades que les permitan comprender la cultura estadística que nos domina (Nikiforidou, Lekka y Pange, 2010). De aquí que un objetivo de la formación de los futuros profesores de secundaria es la alfabetización estadística. Esta competencia está relacionada con la de aprender a lo largo de la vida, y como dicen Villardón-Gallego, Yániz, Achurra, Iraurgi y Aguilar (2013) es un requerimiento para desenvolverse eficazmente en el siglo XXI, porque deben poseer habilidades vinculadas a la selección y organización de información pertinente para el conocimiento que se pretende construir. También, está vinculada con el desarrollo del pensamiento crítico y algunos autores asumen el pensamiento crítico, en relación con el uso eficaz de habilidades para la toma de decisiones (Solbes y Torres, 2012).

Para el logro del desarrollo de la alfabetización estadística, es imprescindible que los estudiantes alcancen la comprensión de las ideas fundamentales de la misma (Garfield y Ben-

Zvi, 2004); y del análisis de estas ideas, se puede inferir que la noción de probabilidad es una de las más complejas, involucrando a su vez la noción de aleatoriedad. Así Garfield (2002), afirma que el razonamiento estadístico es la manera en la cual las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística, lo cual implica hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos y sus representaciones y, poder tomar decisiones; incluso el razonamiento estadístico puede implicar conectar un concepto con otro y combinar ideas sobre los datos y el azar (Azcárate, 1995).

En definitiva, razonar estadísticamente significa entender y explicar los procesos estadísticos e interpretar adecuadamente los resultados estadísticos y, para poder inferir desde dichos resultados, es imprescindible comprender su significado probabilístico. Para Cardeñoso (2001), la aleatoriedad es una magnitud que caracteriza la incertidumbre de ciertos fenómenos y la probabilidad es una medida relativa, al menos ordinalmente considerada, del grado de certeza en la verificación de un evento.

Por otra parte, se sabe que las distintas interpretaciones de la aleatoriedad que han surgido a lo largo de la historia han dado lugar a diferentes definiciones de probabilidad, y a una estructura inferencial asociada. Por lo que resulta un tema importante para los futuros profesores de Matemática, quienes serán los responsables de la enseñanza de esta temática (Stohl, 2005), y que sin una formación adecuada, podrían transmitir a sus alumnos concepciones erróneas (Azcárate, 2004; Watson, 2011).

Como afirma Nikiforidou y otros (2010) debemos lograr la formación de estudiantes estadísticamente alfabetizados con mínimas ideas erróneas.

Por otra parte, se debe considerar lo que expresan Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2005); Meletiou-Mavrotheris, Paparistomou, Mavrotheris, Azcárate, Serradó y Cardeñoso (2008) y Azcárate y Cardeñoso (2011), para quienes la educación estadística es un tema poco trabajado en las aulas y sobre el que los profesores de los diferentes niveles tienen pocos referentes teóricos y prácticos. Por lo que se hace necesario la tarea de elaborar y evaluar recursos didácticos para la formación de docentes, que orienten la reelaboración de ideas de los profesores tendientes al cambio de las prácticas educativas (Azcárate, 2004).

En relación con la formación de los futuros profesores de Biología, la comprensión de la aleatoriedad es necesaria para la interpretación de numerosos fenómenos naturales; como se puede detectar analizando el diseño curricular de formación inicial de este profesorado (Moreno y González, 2013). En él se pone de relieve que se deben jerarquizar algunas teorías, como la *Teoría de la evolución* como teoría unificadora de la biología, tal como lo expresa Dobzhansky según Mayr (2006), para quien *nada tiene sentido en biología excepto a la luz de la evolución*. Esto tiene gran importancia porque la teoría evolucionista fue la responsable de introducir el *azar* en biología; y como afirman los biólogos en Losos, Arnold, Bejerano, Brodie, Hibbett *et al.* (2013), el gran flujo de datos en todas las áreas de la biología evolutiva, reclaman nuevas clases de teorías para darles sentido; para ello, se requiere de un referente teórico con capacidad predictiva.

Paralelamente, desde la Ecología se plantea la necesidad del desarrollo de la capacidad predictiva para comprender la evolución de los ecosistemas o para anticipar las consecuencias del cambio global. Brewer y Gross (2003) consideran que la evolución de la predicción ecológica sería factible con una forma de pensar desde la incertidumbre. Ante estas demandas, surge la necesidad de afrontar el desarrollo de un pensamiento probabilístico y estadístico en los futuros profesores de biología, que les permita ayudar a los alumnos a interpretar las teorías que surjan en el seno de la misma (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2012b, 2013a).

Por otra parte, la Psicología ha estudiado el pensamiento de los seres humanos; y como afirman Wasserman, Young y Cook (2004), las personas son capaces de reconocer la aleatoriedad en sus entornos, buscando la estabilidad en su medio ambiente promovida por el instinto de supervivencia; pero no está tan claro si son capaces de generar secuencias aleatorias o hacer selecciones aleatorias de manera intencional (Wagenaar, 1972; Falk, 1981; Brugger, Landis y Regard, 1990; Budescu y Rapoport, 1994; Brugger, 1997; Falk y Konold, 1997).

Por lo indicado anteriormente, surge la necesidad de conocer los significados de la aleatoriedad que tienen los futuros profesores de Biología y los profesores en formación de Matemática (Moreno *et al.*, 2013a, 2013b). Se trata de encontrar coincidencias y diferencias entre los mismos, para corroborar la hipótesis, según la cual, la modalidad del profesorado define ciertas tendencias de pensamiento aleatorio diferenciadas; que se deben tener en cuenta a la hora de afrontar la enseñanza de la estadística y la probabilidad a los futuros docentes.

Si bien se han realizado investigaciones que analizan la aleatoriedad en adultos, en la mayoría de los casos se presentan secuencias aleatorias generadas por el lanzamiento de una moneda o de un dado y usualmente en contextos de *juego*; y como expresan Meletiou y Stylianou (2003), los juegos involucran espacios muestrales muy simples y la repetición del experimento puede ser imaginada rápidamente, lo que a su vez puede representar un obstáculo al momento de considerar espacios muestrales de fenómenos sociales o físico-naturales, habitualmente mucho más complejos. Por lo tanto, las dos investigaciones previas que se consideran como referentes del presente trabajo, son la tesis doctoral de Azcárate (1995), y la tesis doctoral de Cardeñoso (1998, publicada 2001) sobre profesores, recién egresados y en activo, respectivamente.

Azcárate (1995) realizó un estudio con 57 futuros profesores de educación primaria al término del último cuatrimestre de su formación inicial, a quienes se les presentó una serie de enunciados en los que se describían diferentes fenómenos; y se preguntó a los estudiantes, si dichos fenómenos eran aleatorios o no y, posteriormente en una entrevista se les solicitó que justificaran su respuesta. Las respuestas de los estudiantes prototípicos de la variabilidad encontrada entre los encuestados, mostraron la presencia dominante de ideas deterministas con argumentaciones causales (Azcárate, Cardeñoso y Porlán, 1998).

A partir de estos resultados, Cardeñoso (2001), elaboró un cuestionario y realizó su investigación sobre las concepciones probabilísticas en 598 profesores de Educación Primaria en activo, y encontró que el mayor reconocimiento de la aleatoriedad (RA) se presenta en sucesos del contexto de *juego*; y el no reconocimiento de la aleatoriedad (NRA) en sucesos del contexto *físico-natural* y el *cotidiano*. Además, detectó una fuerte asociación entre el NRA y la aplicación de la *causalidad* como argumentación explicativa, y entre el RA y las categorías asociadas a la *multiplicidad* de soluciones y a la *incertidumbre* del resultado del fenómeno. A partir de ambas investigaciones diseñamos tanto nuestro instrumento de recogida de información como el sistema de categorías de análisis.

Metodología

Participantes

Participaron del estudio 325 estudiantes para Profesor de Biología para el nivel de Educación Secundaria de la provincia de Mendoza (Argentina), y que se nombrará como (PBF) para abreviar y 583 estudiantes para Profesor de Matemática para el nivel de Educación Secundaria de la provincia de Mendoza (Argentina), que en lo sucesivo se nombrará como (PMF). En ambos casos, participaron estudiantes de primero a cuarto año, cuya distribución se presenta en la Tabla 1.

El diseño curricular del *Profesorado de Biología* cuenta con una única asignatura que incluya nociones probabilísticas, denominada "Bioestadística" en el segundo año de la carrera. Mientras que el diseño curricular del *Profesorado de Matemática* cuenta con dos asignaturas: "Probabilidad y Estadística I" en el segundo año de la carrera y "Probabilidad y Estadística II" en el tercer año de la carrera.

Tabla 1. Frecuencias y Porcentajes de los estudiantes del PBF y del PMF.

Curso	P. Biología F.	P. Matemática F.
1º año	149 (45,8%)	246 (42,2%)
2º año	51 (15,7%)	110 (18,9%)
3º año	69 (21,2%)	139 (23,8%)
4º año	56 (17,3%)	88 (15,1%)
	325 (100%)	583 (100%)

La mayoría de los estudiantes del PBF son de sexo femenino, aproximadamente la tercera parte de los participantes son egresados de escuelas secundarias con orientación en ciencias naturales; el 80% tiene entre 17 y 28 años y el resto entre 29 y 47 años; y aproximadamente la tercera parte de los estudiantes tiene aprobada la asignatura Bioestadística.

En el PMF se destaca la presencia de estudiantes de sexo femenino, la tercera parte son egresados de escuelas secundarias con orientación en economía; el 72% tiene entre 18 y 28 años, mientras que el resto tiene entre 29 y 57 años; y la tercera parte de los estudiantes del PMF ha aprobado por lo menos una de las dos asignaturas relativas a la probabilidad.

Instrumento de recogida de información

Partimos del cuestionario que diseñó y aplicó Cardeñoso (2001) a profesores de Educación Primaria en activo, al que le realizamos algunas modificaciones lingüísticas y otras debido a las diferencias en las características físicas y climáticas de la provincia de Mendoza. Como por ejemplo, hemos reemplazado "Que nieve en el Veleta" por "Que nieve en el cerro Arco"; "el mes de Abril" por "el mes de Octubre". Este instrumento se aplicó a una muestra piloto de 75 estudiantes del Profesorado de Educación Primaria (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2010). Los resultados del estudio permitieron realizar nuevos ajustes que dieron lugar a la versión definitiva (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2011, 2012a).

El cuestionario definitivo consta de tres secciones; la primera está destinada a indagación de las *Características Sociodemográficas* de los estudiantes; la segunda se refiere a la solicitud del *Reconocimiento de la Aleatoriedad* (RA) de determinados sucesos propios de los contextos de *juego, cotidiano y físico-natural* con su correspondiente argumentación y finalmente, la tercera parte está dedicada a la *Estimación de la Probabilidad* de sucesos relativos a los tres contextos mencionados, con su argumentación, de cuyo análisis se ha dado cuenta, en Moreno, Cardeñoso y González-García (en prensa), referida al Profesorado de Biología en Formación. Todos los ítems del cuestionario fueron distribuidos en el mismo, de manera aleatoria.

El cuestionario fue pasado por uno de los autores en contexto de aula y cumplimentado de forma individual; es decir, sin comunicarse entre ellos y disponiendo del tiempo que necesitaron para completarlo. En general, los estudiantes no mostraron problemas para entender los enunciados de los diferentes ítems.

En este trabajo se presentan los resultados correspondientes a la segunda sección del cuestionario. Los sucesos considerados en el cuestionario son todos aleatorios y están consignados en la Tabla 2; correspondiendo al interés de este artículo el análisis de los 12 ítems de respuesta múltiple con opción abierta, facilitando su contraste entre ambos grupos de estudiantes para profesor de secundaria.

Validación del Instrumento

La validación del cuestionario se llevó a cabo mediante la determinación de los índices de dificultad de los ítems, dando lugar a la obtención de valores que oscilan entre 0.50 y 0.83, lo que nos indican que poseen una dificultad moderada. Así mismo se emplearon los índices de discriminación correspondientes que arrojaron valores entre 0.39 y 0.55, lo que nos muestra el poder discriminante de los mismos. Además se calcularon los coeficientes de fiabilidad, el Alfa de Cronbach, con un $\alpha = 0.719$, el coeficiente theta de Carmines, con un valor $\theta = 0.789$ y el coeficiente de Heise y Bohrnstedt, $\Omega = 0.791$, cálculos requeridos según Martínez-Arias (2005).

La estructura interna del cuestionario se analizó mediante el análisis factorial exploratorio, utilizando el método de componentes principales con rotación varimax, y se estudió el índice de adecuación de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), que arrojó un valor de 0.78. El test de esfericidad de Bartlett fue significativo con un $p = 0.00$ $\chi^2 = 1385.3$, $g.l. = 276$ siendo la intercorrelación entre los ítems apropiada para el empleo del análisis factorial.

Los resultados globales muestran siete componentes que explicaron el 53.17% de la varianza. Dos de los factores se refieren al reconocimiento de la aleatoriedad en sus contextos, tres a la estimación de la probabilidad en los distintos contextos y los otros dos representan las dificultades de los estudiantes en la estimación de la probabilidad. Por lo tanto, la estructura interna del cuestionario reveló la presencia del constructo tendencias de pensamiento, que nombramos como *tendencia de razonamiento aleatorio y probabilístico*.

Además, se obtuvo el coeficiente de generalizabilidad (Martínez, 2005). Este índice toma valores entre 0 y 1. Si es cercano a uno indica que la variación de las puntuaciones observadas es atribuible a la variación de las puntuaciones del universo objeto de medida, mientras que si es cercano a cero indica la existencia de otras fuentes de variación importantes que se añaden a las puntuaciones del universo para constituir la varianza observada. En nuestro caso calculamos dos coeficientes de generalizabilidad: la generalizabilidad a otros ítems y la generalizabilidad a otros alumnos (Batanero, Díaz y Cobo, 2003).

El índice de generalizabilidad a otros ítems dio el valor 0,719, que indica que el cuestionario es generalizable al universo de cuestionarios de igual longitud, con ítems muy similares a los dados; es decir que, si en lugar de aplicar este cuestionario aplicamos otro con la misma cantidad de ítems y con ítems similares, llegaríamos a las mismas conclusiones. El coeficiente de generalizabilidad a otros estudiantes fue de 0.967, por lo que resultó altamente generalizable a otros estudiantes. Esto indica que, si aplicamos el mismo cuestionario a otros estudiantes con las mismas características sociológicas y educativas que las que poseen los estudiantes de nuestro estudio, obtendríamos resultados similares.

Tratamiento y Análisis de datos

En este trabajo, se parte del sistema de categorías para la aleatoriedad propuesta por Cardeñoso (2001), que son emergentes del análisis histórico y epistemológico (Konold, Lohmeier, Pollatsek y Well, 1993; Azcárate, 1995; Batanero y Serrano, 1995; Azcárate y Cardeñoso, 2003; Serradó *et al.* 2005), concretando en cuatro categorías de análisis que a continuación se describen:

- *Causalidad*: Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control.
- *Multiplicidad*: Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo del fenómeno.

- *Incertidumbre*: Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad intrínseca del suceso, sin profundizar en su explicación o análisis.
- *Subjetiva*: Argumentaciones en las que utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva

Tras la cumplimentación del cuestionario definitivo, se procedió al vaciado de la información y a la reducción de la misma, a través de un análisis de contenido, fruto del cual, se consiguió la clasificación de las respuestas recogidas en la opción abierta de cada ítem, sin que ello originase la aparición de una nueva categoría de respuesta.

Como el interés de la investigación es saber si los estudiantes reconocen o no la aleatoriedad y desde qué categoría justifican su elección, se han registrado la frecuencia con que usan cada una de ellas, resultando apropiado considerar los códigos para identificar las variables definidas por Cardeñoso (2001): ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, ALEA10, ALEA20, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, ALEA00. Es decir que, los códigos anteriores son de la forma ALEA_{ij}, si la *i* es 1 indica que el estudiante afirma la aleatoriedad del suceso, si es 2 indica que la niega y si es 0 que no contestó. La *j* indica desde qué categoría realiza la argumentación; si *j* = 0 indica que no argumenta, si *j* = 1 indica la *causalidad*, si *j* = 2 indica la *multiplicidad*, si *j* = 3 indica la *incertidumbre* y si *j* = 4 la *subjetiva*.

Luego, el código ALEA1_j representa a la variable "cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios y argumentados desde la categoría *j* por estudiante". Como tenemos 12 ítems, pueden tomar valores entre 0 y 12. Lo mismo ocurre con los códigos de la forma ALEA2_j, que representan a la variable "cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios y argumentados por la categoría *j* por estudiante".

Posteriormente se consideraron estas ocho variables en cada uno de los contextos: *juego* (J), *cotidiano* (C) y *físico-natural* (F); dando lugar a 24 variables. Para el análisis de los datos se empleó el software SPSS.17.

Para afirmar que los estudiantes de PBF reconocen más sucesos aleatorios que los de PMF, hemos aplicado el test no paramétrico de Mann-Whitney, debido a que el test de Kolmogorov-Smirnov informó el no cumplimiento de la normalidad de las variables (Sierra, 2007).

Luego, para determinar qué categoría se usa con mayor frecuencia en un profesorado respecto del otro usamos el test no paramétrico de Kruskal-Wallis, dado que en este caso debemos contrastar ocho variables en dos grupos distintos; y luego nuevamente aplicamos el mismo test para comparar las distintas categorías argumentativas en los tres contextos (Zar, 2010; Pérez, 2005).

Finalmente, aplicamos el test de Pearson para probar si el reconocimiento de la aleatoriedad depende del nivel de formación académica del estudiante.

Resultados

Análisis comparativo del reconocimiento de la aleatoriedad entre los sujetos del PBF y del PMF

En la Tabla2 se presentan los doce ítems del cuestionario con las frecuencias y porcentajes de RA, en cada uno de los profesorados.

Los estudiantes del profesorado de Biología, alcanzan mayores porcentajes que los del Profesorado de Matemática en siete ítems: ítem 24, ítem 5, ítem 15, ítem 8, ítem 23, ítem 21 y ítem 14.

En promedio, los estudiantes del Profesorado de Biología reconocen como aleatorios 8.12 sucesos de los doce propuestos con una desviación típica de 3.12, mientras que los del Profesorado de Matemática logran un promedio de 7.40 con una desviación típica de 2.57. El test de Mann-Whitney con un valor $u = 77096$, $z = -4.68$ y $p < 0.001$, permite afirmar que el reconocimiento de la aleatoriedad es superior en los estudiantes del Profesorado de Biología.

Los ítems presentes en la Tabla 2, se distribuyen cuatro por cada uno de los contextos considerados en el estudio. Así, los ítems 7, 3, 13 y 21 se refieren al contexto de *juego*; los ítems 8, 5, 15 y 14 corresponden al contexto *cotidiano*; y los ítems 20, 2, 23 y 24 corresponden al contexto *físico-natural*.

Tabla 2. Sucesos del cuestionario con frecuencias y porcentajes del RA.

Sucesos	Espacio muestral	Reconocimiento aleatoriedad	
		P. Biología F. (n = 325)	P. Matemática F. (n = 583)
Ítem 7: "Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso..."	S= {1,2,3,4,..,36}	269 (82.77%)	492 (84.39%)
Ítem 3: "Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso..."	S= {0,1,2,..,100}	250 (76.92%)	483 (82.85%)
Ítem 13: "Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un suceso..."	S= {blanca, azul, verde, roja, ...}	264 (81.23%)	473 (81.13%)
Ítem 21: "Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso..."	S= {1,2,3,4,5,6}	262 (80.62%)	452 (77.53%)
Ítem 8: "Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que ture en la escuela, es un suceso..."	S= {si sufrir un..., no sufrir un ...}	253 (77.85%)	406 (69.64%)
Ítem 5: "Sufrir un accidente es un fenómeno..."	S= {si encontrarme, no encontrarme...}	256 (78.77%)	406 (69.64%)
Ítem 20: "Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno..."	S= {si germine.., no germine...}	179 (55.08%)	293 (50.26%)
Ítem 2: "Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso..."	S= {que si nieve, que no nieve}	222 (68.31%)	403 (69.12%)
Ítem 23: "Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno..."	S= {contraer la gripe, no contraer la gripe}	215 (66.15%)	340 (58.32%)
Ítem 15: "Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso..."	S= {x/x es una idea que me viene a la cabeza}	207 (63.69%)	323 (55.40%)
Ítem 24: "Sufrir un corte de digestión es un fenómeno..."	S= {si sufrir un corte.., no sufrir un corte ...}	198 (60.92%)	291 (49.91%)
Ítem 14: "Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso..."	S= {que me guste, que no me guste}	163 (50.15%)	280 (48.03%)

Análisis comparativo de las argumentaciones del reconocimiento y no reconocimiento de la aleatoriedad entre los sujetos del PBF y del PMF

En la Tabla 3 se presentan los resultados del test Kruskal-Wallis para cada una de las categorías de la aleatoriedad. En los estudiantes del Profesorado de Biología, la categoría más usada es la *incertidumbre* en el RA con un valor medio de 4.50, es decir que en promedio, un estudiante reconoce como aleatorios 4.50 sucesos de los doce desde esta categoría; resultado

que difiere significativamente del encontrado por los estudiantes del Profesorado de Matemática, quienes logran un valor medio de 4.12.

En el NRA los estudiantes del Profesorado de Biología (PBF) reconocen menos sucesos aleatorios argumentando desde la *causalidad* con un valor medio de 2.03; y desde la *incertidumbre* con un valor de 1.21; mientras que entre los estudiantes del Profesorado de Matemática (PMF) se destaca la negación de la aleatoriedad desde la *multiplicidad* e con un valor de 0.85, respecto de los estudiantes del Profesorado de Biología que lo hacen con un valor de 0.58.

Tabla 3. Tests de Kruskal-Wallis para la determinación de diferencias significativas de las categorías argumentativas en los dos profesorados.

Variables	P. Biología F. (n = 325) M (DT)	P. Matemática F. (n = 583) M (DT)	Estadísticos $\chi^2(1)$	p
ALEA11	1.91 (1.47)	1.77 (1.58)	3.43	0.060
ALEA21	2.03 (1.42)	1.71 (1.62)	15.21	0.001*
ALEA12	1.93 (1.65)	1.98 (1.40)	1.57	0.21
ALEA22	0.58 (1.03)	0.85 (1.19)	15.90	0.001*
ALEA13	4.50 (2.65)	4.12 (2.27)	4.93	0.026*
ALEA23	1.21 (1.86)	0.19 (0.45)	112.72	0.001*
ALEA14	0.06 (0.38)	0.08 (0.41)	0.37	0.541
ALEA24	0.12 (0.36)	0.19 (0.52)	3.41	0.065

Análisis comparativo del reconocimiento de la aleatoriedad en función del contexto del suceso entre los sujetos del PBF y del PMF

Se analizó la relación entre el RA y NRA en cada contexto del suceso aleatorio propuesto (*juego*, *cotidiano*, *físico-natural*). Para ello se consideraron seis variables; tres representan la cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios en cada uno de los tres contextos, y otras tres variables que representan la cantidad de sucesos aleatorios no reconocidos como tales por contexto. Se compararon estas seis variables entre los estudiantes del PBF y los del PMF mediante el test de Kruskal-Wallis. Los resultados indicaron que los futuros profesores de Biología reconocen más sucesos aleatorios en el contexto *cotidiano* ($\chi^2(1) = 44.44$, $p < 0.001$); y menos en el contexto *físico-natural* ($\chi^2(1) = 14.12$, $p < 0.001$). Mientras que, los estudiantes de Matemática reconocen más sucesos aleatorios en el contexto de *juego* ($\chi^2(1) = 3.99$, $p = 0.04$) y menos en el contexto *cotidiano* ($\chi^2(1) = 11.76$, $p = 0.001$).

Análisis comparativo de cada una de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en los sujetos del PBF y del PMF en función del contexto del suceso

Para conocer en qué contexto es más factible la correcta identificación de la aleatoriedad y desde qué categoría se argumenta con mayor frecuencia por cada grupo de futuros profesores, se aplicó el test de Kruskal-Wallis, con resultados que se muestran en la Tabla 4. Como ya indicamos, el segundo subíndice del código indica desde qué categoría realiza la argumentación; así, el 1 indica la *causalidad*, el 2 indica la *multiplicidad*, el 3 indica la *incertidumbre* y el 4 la *subjetiva*.

Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad

Una característica notable de los argumentos *causales* de los estudiantes del PBF, es la descripción detallada de las posibles causas que dan origen a la ocurrencia del suceso, tras la búsqueda de la respuesta al *por qué* ocurre algún fenómeno, rasgo distintivo del pensamiento causal.

Tabla 4. Medidas descriptivas de las categorías de la aleatoriedad en cada contexto y resultados del Test de Kruskal-Wallis.

Variables (escala de 1-12)	P. Biología F.	P. Matemática F.	Estadísticos	
	(n = 325) M (DT)	(n = 583) M (DT)	$\chi^2(1)$	P
ALEA11J	0.42 (0.62)	0.26 (0.54)	20.03	0.001*
ALEA11C	0.81 (0.86)	0.67 (0.81)	6.08	0.014*
ALEA11F	0.68 (0.74)	0.84 (0.94)	3.07	0.080
ALEA21J	0.13 (0.39)	0.11 (0.38)	1.35	0.246
ALEA21C	0.62 (0.73)	0.66 (0.80)	0.17	0.675
ALEA21F	1.28 (0.97)	0.95 (1.07)	32.05	0.001*
ALEA12J	0.82 (0.93)	0.89 (0.87)	25.94	0.001*
ALEA12C	0.59 (0.75)	0.57 (0.73)	13.58	0.001*
ALEA12F	0.52 (0.70)	0.53 (0.69)	0.07	0.786
ALEA22J	0.23 (0.55)	0.36 (0.68)	9.86	0.002*
ALEA22C	0.14 (0.39)	0.23 (0.49)	8.11	0.004*
ALEA22F	0.21 (0.47)	0.26 (0.53)	2.45	0.117
ALEA13J	2.00 (1.26)	2.00 (1.15)	0.16	0.682
ALEA13C	1.49 (1.05)	1.11 (1.01)	30.57	0.001*
ALEA13F	1.01 (1.02)	0.85 (0.97)	5.61	0.018*
ALEA23J	0.41 (0.77)	0.19 (0.45)	19.09	0.001*
ALEA23C	0.39 (0.75)	0.48 (0.79)	3.57	0.059
ALEA23F	0.41 (0.72)	0.37 (0.71)	1.13	0.286
ALEA14J	0.02 (0.21)	0.04 (0.24)	1.25	0.263
ALEA14C	0.03 (0.18)	0.03 (0.22)	0.06	0.796
ALEA14F	0.01 (0.09)	0.01 (0.12)	0.01	0.921
ALEA24J	0.01 (0.08)	0.04 (0.22)	9.19	0.002*
ALEA24C	0.05 (0.23)	0.11 (0.38)	6.52	0.011*
ALEA24F	0.06 (0.24)	0.03 (0.18)	3.67	0.055

A continuación se transcriben argumentos que dan los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *causalidad*:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 8: <i>Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque decidimos ir los dos al mismo lugar</i>	Ítem 3: <i>Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio, porque yo no lo puedo saber, pero tal vez alguien que estudie física, las leyes de la gravedad y algo más tal vez si pueda estipularlo</i>

En el ítem 8, el estudiante de PBF expresa un pensamiento determinista, y está implícita la idea de dos series de causas que se encuentran en un punto de intersección. Esta concepción de la aleatoriedad fue propuesta ya por Aristóteles, defendida por Sto. Tomás de Aquino y mantenida por el probabilista del siglo XIX, Carnot (Azcárate, 1995; Hacking, 2006). Mientras que para el estudiante del PMF el azar es epistemológico, la aleatoriedad implica falta de conocimiento de las leyes que rigen los fenómenos aleatorios.

No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad

De manera similar a lo expresado en el punto anterior, ocurre con la negación causal de la aleatoriedad; los estudiantes del PBF niegan con mayor frecuencia la aleatoriedad de los sucesos del contexto *físico-natural*, que los estudiantes del PMF. En estos argumentos se detectan respuestas fuertemente deterministas, en las que los estudiantes explicitan claramente las causas que dan origen a la ocurrencia del fenómeno, y al conocerlas, presuponen su posible control. Mientras que para los estudiantes del PMF la falta de control sobre el fenómeno le permite asignarle el carácter de no aleatorio.

A continuación se presentan algunos argumentos de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación en relación con el NRA desde la *causalidad*:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 24: <i>Sufrir un corte de digestión es un fenómeno no aleatorio porque depende de los cuidados, de la comida y del estado de ánimo con el que comió la persona</i>	Ítem 7: <i>Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números no es un suceso aleatorio porque no se puede controlar de ninguna manera el número que resulta que comió la persona</i>

No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad

De manera global no se han detectado diferencias significativas en el RA desde la *multiplicidad* entre ambos grupos de profesores en formación, con un valor $p = 0.226$. Sin embargo, cuando consideramos las variables relativas al RA desde la *multiplicidad* en los tres contextos (Tabla 3), se detecta que en el contexto de *juego* los estudiantes de PMF logran reconocer un mayor número de sucesos aleatorios que los de PBF, mientras que en el contexto *cotidiano* ocurre lo contrario, en ambos casos con un valor $p < 0.001$

A continuación se transcriben algunos argumentos esbozados por estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *multiplicidad*:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 14: <i>Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque hay muchos tipos diferentes de películas</i>	Ítem 21: <i>Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso aleatorio porque hay seis posibilidades distintas</i>

No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad

El NRA desde la *multiplicidad* es mayor entre los estudiantes del PMF que entre los del PBF con un valor $p < 0.001$, en el contexto de *juego* y en el contexto *cotidiano*. En ambos casos, el motivo que lleva a estos profesores en formación a negar la aleatoriedad a pesar de reconocer la existencia de múltiples posibilidades, puede tener su origen en la incorrecta comprensión del significado del concepto o término de *aleatoriedad*. A continuación se presentan algunas respuestas de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *multiplicidad*:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 20: <i>Creo que germino una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque si quiero que germine una semilla la cuido, y si se seca, se hiela, etc... es porque soy una irresponsable que no la cuidé</i>	Ítem 7: <i>Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso no aleatorio porque sólo hay un 23 y tenés (existen) muchos números más</i>

Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre

La *incertidumbre* es la categoría más aplicada en el RA, y su aplicación, es significativamente mayor entre los estudiantes del PBF que entre los de matemática, en el contexto *cotidiano* y en el contexto *físico-natural*. A continuación se presentan algunas argumentaciones de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *incertidumbre*:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 2: <i>Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque se puede predecir el estado del tiempo pero estas predicciones pueden o no ser correctas</i>	Ítem 15: <i>Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso aleatorio porque no sé que voy a pensar dentro de un rato</i>

En el ítem 2 el estudiante del PBF reconoce acertadamente el suceso aleatorio del contexto *físico-natural* y argumenta desde la imprevisibilidad del suceso. En el ítem 15 el estudiante del PMF, si bien identifica correctamente el suceso como aleatorio, confunde el resultado impredecible y la posibilidad de predicción; y como dice Azcárate (1995) establece una posible relación con el enfoque del resultado aislado, un sesgo consistente en interpretar un enunciado de probabilidad en forma no probabilística (Konold, 1989; Cardeñoso y Azcárate, 2004).

No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre

El NRA desde la *incertidumbre*, de manera global no es significativamente diferente entre ambos grupos de futuros profesores. Sin embargo, cuando se analiza en cada uno de los contextos, se encuentra que en el contexto de *juego*, los estudiantes del PBF niegan la aleatoriedad en un mayor número de sucesos que los estudiantes del PMF. Basar la negación de la aleatoriedad en la *incertidumbre*, induce a pensar, igual que en el caso de la negación desde la *multiplicidad*, que estos estudiantes posiblemente discriminan los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no saben cuál es uno y cuál es el otro, confunden la falta de conocimiento con la no aleatoriedad.

En los argumentos que se transcriben a continuación los estudiantes para afirmar el NRA desde la *incertidumbre*; estos son argumentos usualmente más usados en el RA, lo que induce a pensar en una confusión en la interpretación de la aleatoriedad del sujeto, tal vez asociado a la falta de información del sujeto, como parecen sugerir las dos respuestas siguientes:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 13: <i>Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno no aleatorio porque no se puede predecir algo que no ves</i>	Ítem 15: <i>Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque yo no puedo saber qué se me va a ocurrir dentro de un rato</i>

En estos dos argumentos, el desconocimiento se identifica con la no aleatoriedad; y dado que el argumento de imprevisibilidad es la base de la categoría de *incertidumbre*, podríamos pensar que los estudiantes la esgrimen para indicar que no tienen un conocimiento particularizado del espacio muestral del fenómeno (pues no saben prever sus posibles resultados o les es inconcebible: “*no ves*”, “*no puedo saber*”), por lo que esa *incertidumbre* que enuncian, no es la relativa al fenómeno en su totalidad.

La percepción de una característica de un elemento, no les sirve para pensar en todo el fenómeno, sino más bien al contrario, pues parece que se quedan ofuscados por su “anormal” formulación o por el desconocimiento de una de las características de “todo fenómeno aleatorio”, la existencia del espacio muestral conocido y esta ausencia o “rareza”, les lleva a decidir la no aleatoriedad del mismo. En suma, entendemos que la respuesta puede ser

originada por la dificultad de concebir la relación entre las propiedades de un fenómeno incierto en su totalidad y las propiedades de uno de sus elementos asociados, como es en este caso del espacio muestra, en el que parecen estar centrados.

Reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva

De manera global, no se han encontrado diferencias significativas en el RA en ambos grupos de futuros profesores, sin embargo, se detectado una tendencia a un mayor uso de la *subjetividad* entre los estudiantes de matemática. A continuación se presentan argumentos dados por los estudiantes de ambos profesorados, en cada uno de ellos está presente la idea de la predeterminación; la que se expresa a través de las frases *suerte, cosa del destino o casualidad*, como aquellos que no se pueden prever ni evitar:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 8: <i>Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque es suerte o pura coincidencia</i>	Ítem 23: <i>Contraer la gripe el mes que viene es un suceso aleatorio porque yo nunca me enfermo, me pasa sólo una vez al año</i>

No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva

De manera global, no se han detectado diferencias en el NRA desde la categoría *subjetiva* entre los estudiantes de ambos profesorados. Sin embargo, cuando se analiza en cada uno de los contextos, se encuentra que es mayor en el contexto de *juego* entre los estudiantes de matemática.

Desde la antigüedad una de las características del pensamiento mágico ha sido la de establecer relaciones subjetivas. Esto ocurre como consecuencia de la necesidad de buscar certezas en medio de las circunstancias que escapan a su control. Así, se encuentran entre los estudiantes frases como *cuando te tiene que pasar te pasa, porque es cosa del destino, nada ocurre porque sí*.

Una característica destacable de la negación de la aleatoriedad desde la subjetividad es *la confianza o fe ciega* en sí mismos, que queda expresada mediante frases como: *yo manejo mi pensamiento*. Estos pensamientos representan la defensa a lo imprevisible, y denotan una visión determinista del mundo (Azcárate, 1995).

A continuación transcribimos algunos argumentos de los estudiantes sobre el NRA desde la categoría *subjetiva*:

P. BIOLOGÍA F.	P. MATEMÁTICA F.
Ítem 15: <i>Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque siempre estoy pensando qué hacer, yo predispongo mis ideas</i>	Ítem 14 : <i>Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak es un fenómeno no aleatorio porque va a ser una película que yo elija y seguramente me va a gustar</i>

Análisis de asociación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y nivel académico

Se realizó un estudio transversal para determinar la evolución en el reconocimiento de la aleatoriedad en función del nivel académico de los estudiantes. Para lo cual se aplicó el test de Pearson en ambos profesorados y aplicado a las variables “cantidad de ítems reconocidos como aleatorios por estudiante” y “nivel académico del estudiante”. En el profesorado de Biología, se obtuvo $\chi^2 = 47,782$ con g.l. = 36 y $p = 0,091$; mientras que en el profesorado de Matemática $\chi^2 = 48,907$ con g.l. = 36, $p = 0,074$. Por lo que se concluye que, el reconoci-

miento de la aleatoriedad es independiente del nivel académico; y la formación académica no ha incidido en la evolución del pensamiento aleatorio de los futuros profesores.

Discusión y conclusiones

El análisis de las respuestas de los estudiantes al cuestionario nos ha permitido saber cómo los estudiantes están pensando y a su vez nos da una imagen de las concepciones alternativas que pueden tener. Es decir, podemos explicar la situación actual en relación con la formación de los futuros profesores de matemática y de biología acerca de la aleatoriedad, y en consecuencia este conocimiento puede conducir a mejoras en la forma de enseñar y conceptualizar respecto de la aleatoriedad. Se debe solventando que algunos de los futuros profesores pueden construir concepciones incorrectas de la aleatoriedad en ausencia de una instrucción adecuada, como nos advierte Borovcnick (2012), cuestión que pasa por implementar un sistema formativo que ayude, como dicen Batanero, Arteaga, Serrano y Ruiz (2014) a que los futuros profesores hagan explícitas sus concepciones sobre el azar, la aleatoriedad y la probabilidad, dándoles oportunidad de evolucionarlas.

Los resultados muestran que tanto entre los futuros profesores de Matemática como entre los futuros profesores de Biología, de educación secundaria, no se detectan cambios en el reconocimiento de la aleatoriedad en la medida en que aumenta el nivel académico de los estudiantes. Por lo tanto, queda planteada la necesidad de la revisión del currículo de ambos planes de formación de los dos profesorados.

La negación incorrecta de la aleatoriedad de los estudiantes de ambos tipos de profesores, se debe a que la cognición de la aleatoriedad tiene dos componentes, uno conceptual y otro perceptivo. Uno puede ser capaz de discriminar entre fenómenos aleatorios de los no aleatorios; sin embargo, ser incapaz de identificar cuál es uno y cuál es el otro (Nickerson, 2002; Nickerson y Butler, 2009; Zhao y Osherson, 2012).

Los futuros profesores de Biología logran un mayor RA, que los de Matemática. Sin embargo, estos logran un mayor RA que los profesores de Educación Primaria en activo obtenidos por Cardeñoso (2001). En general, estos resultados son similares a los encontrados por Azcárate (1996) con profesores de Educación Primaria en formación y con los de Azcárate *et al.* (1998).

Para los estudiantes del PBF, el mayor RA respecto de los estudiantes del PMF, se presenta en los sucesos del contexto *cotidiano* argumentando en primer lugar desde la *incertidumbre*, en segundo lugar usan la *causalidad* y luego la *multipliidad*; mientras que en el contexto de *juego* lo hacen desde la *causalidad*. En cuanto al NRA, en el contexto de *juego* la categoría más aplicada es la *incertidumbre*; y en el contexto *físico-natural* la *causalidad*, como ocurre en el trabajo de Cardeñoso (2001) esta categoría es la más usada por los profesores de educación primaria en activo para argüir incorrectamente la negación de la aleatoriedad de los sucesos aleatorios planteados. Por lo que podemos concluir, que entre los estudiantes del PBF se destaca el uso del razonamiento causal. Entendemos que una concepción causal espontánea responde a una determinada visión del mundo, a un modo de ver y de explicar cómo se desarrollan los acontecimientos y está presente en la manera habitual de expresarse las personas. Cuando esto estudiantes *comenzaron* con el estudio de la biología, adquirieron entrenamiento en la elaboración de explicaciones biológicas y es probable que en ese momento construyeron explicaciones utilizando el razonamiento causal o el razonamiento analógico. De esta manera se confirma lo expresado por Azcárate (1995) y Pfannkuch y Brown (1996) quienes sostienen que el razonamiento causal se usa en situaciones del mundo real como resultado de su propia experiencia.

Los estudiantes del PMF logran el mayor RA respecto de los estudiantes del PBF, en el contexto de *juego* desde la argumentación, que hemos denominado *multiplicidad*. Mientras que el NRA es mayor en el contexto *cotidiano* y de *juego*, en donde argumentan desde la *multiplicidad* y desde la categoría *subjetiva*.

En general, los PBF y PMF hacen un menor uso de la *subjetividad* en relación con los profesores de educación primaria en activo del estudio del Cardeñoso (2001).

La *multiplicidad* resultó ser la argumentación más empleada por los estudiantes del PMF; posiblemente porque está asociada a la noción de espacio muestral, y éste es un concepto más estudiado por estos estudiantes. Pero lo sorprendente es que también la haya empleado en la negación de la aleatoriedad, de la misma manera que cuando niegan desde la *incertidumbre*. Por lo que se puede pensar que algunos estudiantes distingan los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no logran etiquetarlos correctamente.

Los estudiantes del profesorado de matemática logran un mejor RA en el contexto de *juego*; este resultado es análogo al encontrado por el Cardeñoso y Azcárate (2004) con profesores de Educación Primaria en activo y con los resultados encontrados por Lecoutre, Rovira, Lecoutre y Poitevineau (2006). Podemos concluir que el contexto *cotidiano* y el contexto *físico-natural* constituyen un obstáculo en el reconocimiento de la aleatoriedad, confirmando el resultado que ya fue encontrado por Cardeñoso (2001) en su estudio con profesores de educación primaria en activo.

Las diferencias señaladas a favor de los estudiantes del PBF, sugieren la idea de que estos estudiantes tienen un particular interés en comprender los fenómenos que se presentan en el mundo *cotidiano* y en el mundo *físico-natural*. Lo que los lleva a adoptar una perspectiva más crítica, y por ende a lograr una racionalidad más compleja de la realidad. Por lo que podemos concluir que en la formación del futuro profesor de biología, el entramado de las disciplinas biológicas, como la genética, la evolución y la ecología; para las cuales la noción de *azar* surge naturalmente; inciden en forma sustantiva en el pensamiento de los estudiantes del PBF.

Las concepciones que tienen los estudiantes del PMF, sobre el mundo parecen ser el resultado de una visión determinista desde su formación matemática, conllevando una visión más simplificadora de la realidad; debido a que sus intereses se centralizan en los *entes abstractos* y los *sistemas deductivos*; y todavía no han logrado el nivel de desarrollo necesario que les permita interpretar los fenómenos de la vida cotidiana y del mundo físico desde concepciones más cercanas a la *incertidumbre*.

Consideramos que posiblemente los profesores que actualmente enseñan Estadística, en su mayor parte con titulación en matemáticas puras, han recibido una educación puramente formal con poco desarrollo del conocimiento y razonamiento estocástico; confirmando lo expresado por Meletiou y Stylianou (2003), para quienes el formalismo matemático genera sistemas epistemológicos relativamente deterministas; lo cual, como afirman Azcárate, Serradó, Cardeñoso, Meletiou-Mavroteris y Paparitodemou (2008), plantea la necesidad de reciclar a los profesores en el nuevo paradigma no sólo a través de cursos de estadística, sino también en los cursos pedagógicos apropiados que puedan ayudar a comprender las dificultades que los estudiantes enfrentan con respecto al razonamiento estocástico.

De cara a la mejora de los *currícula* de formación inicial de los futuros profesores de Biología y de Matemáticas, planteamos dirigirlos hacia una formación a través de proyectos contextualizados, puesto que compartimos con Chadjipadelis y Adreadis (2006) que la enseñanza basada en proyectos es un método instructivo que incita a los estudiantes a interactuar entre ellos y con su educador, y los motiva a explorar nociones y procesos estadísticos. En este sentido, Azcárate y Cardeñoso (2011) analizan la influencia del trabajo

por proyectos en la formación permanente del profesorado de estadística en la educación secundaria, y concluyen que dicha estrategia ayuda al profesor a evolucionar; siempre y cuando los procesos formativos se focalicen en el análisis de las actividades organizadas en escenarios de aprendizaje auténticos, donde dichos profesores deben diseñar y evaluar los conceptos estadísticos introducidos, considerando las potenciales propuestas de intervención para su propia aula de educación secundaria. La estrategia conlleva la implementación y evaluación de dichos diseños, teniendo en consideración las respuestas y la autoevaluación que los alumnos hacen, de su propio aprendizaje, trabajando con dichos escenarios contextualizado en cada aula.

Referencias bibliográficas

- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Tesis doctoral inédita, Universidad de Cádiz.
- Azcárate, P. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Editorial Comares.
- Azcárate, P. (2004). Los procesos de formación en busca de estrategias y recursos. En E. Castro, E. de la Torre (Eds.) *Investigación en Educación Matemática VIII*. A Coruña: SEIEM. [En línea] Recuperado 10 septiembre 2013.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2003). Conocimiento Profesional de referencia con relación al conocimiento probabilístico. Una aproximación a las ideas de los futuros profesores de primaria sobre el mismo. *Actas 27º Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, Lleida: Servicio de Ediciones y Publicaciones de la Universidad Lleida.
- Azcárate, P.; Cardeñoso, J.M. y Porlán, R (1998). Concepción de los futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 16 (1), 85-98.
- Azcárate, P., Serradó, A, Cardeñoso, J.M., Meletiou-Mavroteris, M. y Paparitodemou, E. (2008). An on-line professional environment to improve the teaching of statistics. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.) *Joint ICMI/LASE study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study and 2008 LASE Round Table Conference*, Monterrey, México.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 24 (40), 789-810
- Batanero, C. y Serrano, L. (1995). La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (5), 15-28.
- Batanero, C.; Díaz, C. y Cobo, B. (2003). Fiabilidad y generalizabilidad en el campo educativo: análisis de un cuestionario sobre comprensión de promedios. *Números*, 54, 3-21.
- Batanero, C.; Arteaga, P.; Serrano, L. y Ruiz, B. (2014). Prospective Primary School Teachers' Perception of Randomness. In *Probabilistic Thinking* (pp. 345-366). Springer Netherlands.
- Borovcnick, M. (2012). Multiple perspectives on the concept of conditional probability. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 5-27.
- Budescu, D.V. y Rapoport, A. (1994). Subjective randomization in one- and two-person games. *Journal of Behavioral Decision Making*, 7, 261-278.

- Brewer, C.A. y Gross, L.J. (2003). Training ecologists to think with uncertainty in mind. *Ecology. Ecological Society of America*, 84 (6), 1412-1414.
- Brugger, P. (1997). Variables that influence the generation of random sequences: An update. *Perceptual and Motor Skills*, 84, 627-661.
- Brugger, P.; Landis, T. y Regard, M. (1990). A “sheep-goat effect” in repetition avoidance: Extra-sensory perception as an effect of subjective probability? *British Journal of Psychology*, 81, 455-468.
- Cardeñoso, J. M. (2001). Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad. Tesis Doctoral, Universidad de Cádiz. España: Servicio de Publicaciones de la UCA.
- Cardeñoso, J.M. y Azcárate, P. (2004). Las concepciones de los profesores de Primaria ante el conocimiento probabilístico: implicaciones para su formación. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 17, 11-35.
- Chadjipadelis, T. y Andreadis, I. (2006). Use of projects for teaching social statistics: case study In A. Rossman, B. Chance (Eds.), *Proceedings of Seventh International Conference on Teaching of Statistics*. Brasil: International Association for Statistical Education.
- Falk, R. (1981). The perception of randomness. In Proceedings of the Fifth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 1, 222-229.
- Falk, R., y Konold, C. (1997). Making sense of randomness: Implicit encoding as a basis for judgment. *Psychological Review*, 104, 301-318.
- Garfield, J., y Ben-Zvi, D. (2004). Research on statistical literacy, reasoning, and thinking: issues, challenges, and implications. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 397-409). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10 (3).
- Hacking, I. (2006). *La domesticación del azar*. (A.L. Bixio, Trad.). Barcelona: Editorial Gedisa.
- Konold, C. (1989). Informal Conception of Probability. *Cognition and Instruction*, 6 (1), 59-98.
- Konold, C.; Lohmeier, J.; Pollatsek, A. y Well, A. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 392-414.
- Lecoutre, M.P.; Rovira, K.; Lecoutre, B. y Poitevineau, J. (2006). People's Intuitions about randomness and probability: an empirical study. *Statistics Education Research Journal*. 5 (1), 20-35. [\[En línea\]](#) Recuperado el 20 de marzo de 2012.
- Losos, J.B.; Arnold, S.J.; Bejerano. G.; Brodie, E.D. III; Hibbett, D. y otros (2013). Evolutionary Biology for the 21st Century. [\[En línea\]](#) Recuperado el 15 de abril de 2013.
- Martínez-Arias, R. (2005). *Psicometría: Teoría de los tests psicológicos y educativos*. Madrid: Síntesis.
- Mayr, E. (2006). *Por qué es única la biología: Consideraciones sobre la autonomía de una disciplina científica*. (J.M. Lebrón, Trad.). Buenos Aires: Katz Editores.
- Meletiou, M. y Stylianou, D. (2003). On the formalist view of mathematics impact on statistics instructions and learning. En *Proceedings of the III Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Belaria, Italia. [\[En línea\]](#) Recuperado el 10 de junio de 2012.

- Meletiou-Mavrotheris, E.; Paparistomou, E.; Mavrotheris, E.; Azcárate, P.; Serradó, A. y Cardeñoso, J.M. (2008). Teachers' professional development in statistics: The *EarlyStatistics* European project. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.) *Joint ICMI/LASE study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study and 2008 LASE Round Table Conference*, Monterrey, México.
- Moreno, A. y González-García, F. (2013). *El concepto de población: Un análisis en el contexto del profesorado de Biología*. Saarbrücken: Editorial académica española.
- Moreno, A; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2010). Necesidad de conocer los sistemas de ideas probabilísticas de los futuros profesores: Elaborando un cuestionario. *Actas Encuentro Latinoamericano de Profesores y Estudiantes de Matemática y Ciencias Naturales*. Mendoza. CD-ROM.
- Moreno, A; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2011). Las argumentaciones que usan los estudiantes en el reconocimiento de la aleatoriedad. En *Actas Congreso Internacional de Educación en Ciencia y Tecnología 2th.*, Catamarca. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca. CD-ROM.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2012a). Las dificultades detectadas en un grupo de estudiantes del profesorado de educación primaria cuando afrontan la asignación de probabilidades. En M. Marín-Rodíguez y N. Climent (Eds.) *Actas Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM XV, Simposio de la SEIEM*, (pp. 153-178) Ciudad Real: SEIEM. [\[En línea\]](#) Recuperado el 15 noviembre de 2013.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M.; González-García, F. (2012b). Un estudio exploratorio de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del profesorado de biología. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Actas Investigación en Educación Matemática XVI*, (pp. 407-415) Baeza, Jaén: SEIEM [\[En línea\]](#) Recuperado el 2 noviembre de 2013.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2013a). Un análisis sobre las interpretaciones de la aleatoriedad en los estudiantes del profesorado de biología. A. Estepa y N. Climent (Eds.) *Actas Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM XVI, Simposio de la SEIEM*, (pp. 177-189). Jaén: SEIEM. [\[En línea\]](#) Repuperado enero 2013.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2013b). La aleatoriedad desde la perspectiva de los estudiantes del Profesorado de Matemática. En J.M. Contreras, G.R. Cañas, M.M. Gea y P. Arteaga (Eds.) *Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. Granada: Departamento Didáctica Matemática de la Universidad de Granada, (pp. 367-372). [\[En línea\]](#) Recuperado 14 noviembre de 2013.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (en prensa). El Pensamiento Probabilístico de los Profesores de Biología en Formación. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*.
- Nickerson, R.S. (2002). The production and perception of randomness. *Psychological Review*, 109, 330-357.
- Nickerson, R.S. y Butler, S.F. (2009). On producing random binary sequences. *The American Journal of Psychology*, 122, 141-151.

- Nikiforidou, Z.; Lekka, A. y Pange, J. (2010). Statistical literacy at university level: the current trends. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 795-799.
- Pérez López, C. (2005). *Métodos Estadísticos Avanzados con SPSS*. Madrid: Thomson.
- Pfannkuch, M. y Brown, C.M. (1996). Building on and Challenging Students' Intuition About Probability: Can We Improve Undergraduate Learning? *Journal of Statistics Education*, 4 (1).
- Serradó, A.; Cardeñoso, J.M. y Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4 (2), 59-81.
- Sierra Bravo, R. (2007). *Técnicas de Investigación Social. Teoría y Ejercicios*. Madrid: Thomson.
- Solbes, J. y Torres, N. (2012). Análisis de las competencias de pensamiento crítico desde el aborde de las cuestiones sociocientíficas: un estudio en el ámbito universitario. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 26, 247-269.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. En G. Jones (Ed.) *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning*. pp. 345-366. Dordrecht: Kluwer.
- Villardón-Gallego, L.; Yániz, C.; Achurra, C.; Iraurgi, I. y Aguilar, M.C. (2013). La competencia para aprender en la universidad: desarrollo y validación de un instrumento de medida. *Revista Psicodidáctica*, 18(2), 357-374 Recuperado el 27 de Junio de 2013.
- Wagenaar, W.A. (1972). *Sequential response bias: A study on choice and chance*. Unpublished doctoral dissertation. Utrecht University.
- Wasserman, E.A.; Young, M.E. y Cook, R.G. (2004). Variability discrimination in humans and animals: Implications for adaptive action. *American Psychologist*, 59 (9), 879-890.
- Watson, J.M. (2011). Foundations for improving statistical literacy. *Statistical Journal of the International Association of Official Statistics*, 27 (3/4), 197-204.
- Zar, J.H. (2010). *Biostatistical Analysis*. Canada: Edition Pearson International.
- Zhao, J.H. y Osherson, D. (2012). *Perception and identification of random events*. [En línea] Recuperado el 10 de diciembre de 2012.